

# 判別および最小 2 乗規準に基づく 自動しきい値選定法

正員 大津 展之†

## An Automatic Threshold Selection Method Based on Discriminant and Least Squares Criteria

Nobuyuki OTSU†, Regular Member

あらまし 濃淡画像を 2 値化し対象領域と背景に分離するしきい値レベルを選定する問題は、単に画像処理のみならずパターン認識の基本的な問題の一つである。supervised な場合には統計的決定理論からしきい値を選定できるが、より実的な unsupervised な場合に対しては、これまで幾つかの直観的な手法が提案されているが、それぞれしきい値の評価、一般性、計算量に問題があった。

本論文では、このしきい値選定の問題を一般的基本的な枠組みで述べ、分離されるクラスの濃度レベルでの分離度を最大とする判別規準の立場から、濃度ヒストグラムの 0 次と 1 次の累積モーメントのみを用いる簡単で汎用性を持った nonparametric unsupervised な自動しきい値選定法を提案する。本手法は、同時に原濃淡画像の最小 2 乗近似の意味でも最適な手法となっていて、多値化の場合へも容易に拡張することができる。幾つかの好ましい性質を明らかにし、又、実際の応用例により、本手法の有効性を検証する。

### 1 ま え が き

濃淡画像を 2 値化し対象領域と背景に分離したり、一般に対象をある特性値に基づいて分類することは、パターン認識の基本的な手続の一つである。

一般に、 $\{x\}$  を 2 分類すべき対象の集合、 $g$  をそれらを判別し得るある特性値とすると、しきい値による分類は、しきい値  $k$  により、次のように 2 クラス  $C_1$ ,  $C_2$  に決定する手続である。

$$g(x) \leq k \rightarrow x \in C_1, \quad g(x) > k \rightarrow x \in C_2 \quad (1)$$

濃淡画像の 2 値化の場合には、例えば  $x$  は各画素、 $g$  はその濃度レベル、 $C_1$  と  $C_2$  はそれぞれ背景と対象領域である。その際、しきい値の選び方が重要な問題となる。

このしきい値選定の問題については、これまで数多くの手法が提案されている。前もって各クラスの分類例が与えられていて、各クラスの下での  $g$  の分布が既知、あるいは推定可能な場合 (supervised) には、古典的な統計的決定理論から最適しきい値を求めること

ができるが、一般にはそのような事前知識が利用できない状況の下で分類、決定を行う場合 (unsupervised) が多い。この場合、通常、 $g$  のヒストグラム (混合分布) からしきい値を求めることになる。

理想的な場合には、ヒストグラムは 2 クラスに対応し双峰となり明確な谷部を持つであろう。従って、谷底の位置をしきい値として求めればよいが<sup>(1)</sup>、実際には、正確な谷底を検出するのは困難である場合が多い。

これに対し、原画像における各画素近傍の変化量 (Laplacian, gradient) に基づいて、谷を顕著化する手法や<sup>(2)</sup>、ヒストグラムそのものを、しきい値選定に有用な形に変換する手法も幾つか提案されている<sup>(3),(4)</sup>。これらの手法は、対象を分類するためのよい特性値 ( $g$ ) は何かという、いわゆる特徴抽出の問題を扱っているわけであるが、よい  $g$  が得られたとしても結局はしきい値選定問題に回帰してしまう。又、それら手法の多くは、場合によって経験的に決めざるを得ない新たなパラメータを必要とし、一般性を持った自動的なしきい値選定を困難にしている。一方、parametric な方法も提案されている<sup>(5)</sup>。これは、unsupervised learning 手法としてパターン認識でよく知られた方法で、与えられたヒストグラムを、例えば正規分布の和とい

†電子技術総合研究所、茨城県  
Electrotechnical Laboratory, Ibaraki-ken, 305 Japan  
論文番号：昭 55-210[D-53]

う parametric なモデルで近似し、問題を前述の supervised な場合に帰着させる方法である。しかし、仮定が無理である場合も多く、又かなりの反復計算を必要とし、しかもときどき不安定である。

いずれにせよ、これまでの多くの手法は、しきい値の評価、手法の一般性、計算量の点で問題があった。

本論文では、このようなしきい値選定の基本的問題を unsupervised decision の一般的枠組で捕え、判別分析の立場から非常に簡単に、しかも汎用性を持った自動しきい値選定法を提案する。そして、この方法が、同時に原濃淡画像の最小 2 乗近似の意味でも最適なしきい値選定法となっていることを示し、幾つかの性質、また多値化への拡張を論じる。

なお判別分析そのものは supervised な場合の non-parametric な手法であるが<sup>(6)</sup>、そこでの判別規準(分散比)は一般的であり本論文に示すように、unsupervised な場合へも有効に利用でき、重要な意味を持つものである。

## 2. 諸定義と準備

与えられた画像は、 $L$  レベルの濃度スケールで表現されているものとする  $S = \{1, 2, \dots, L\}$ 。レベル  $i$  の画素数を  $n_i$ 、全画素数を  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_L$  とする。このとき、正規化ヒストグラム

$$p_i = n_i / N \quad (i \in S; p_i \geq 0, \sum_{i=1}^L p_i = 1) \quad (2)$$

は濃度の確率分布とみなすことができる。画像の全平均レベル、全分散は、それぞれ次式で与えられる。

$$\mu_T = \sum_{i=1}^L i p_i \quad (3)$$

$$\sigma_T^2 = \sum_{i=1}^L (i - \mu_T)^2 p_i \quad (4)$$

今、レベル  $k$  をしきい値として、

$$S_1 = \{1, \dots, k\}, \quad S_2 = \{k+1, \dots, L\}$$

レベルに属する画素をそれぞれ 2 クラス  $C_1, C_2$  ( $C_1$ : 背景,  $C_2$ : 対象, または逆) に分類するものとしよう。このとき、次の二つの累積量 ( $k$  レベルまでの濃度分布の 0, 1 次モーメント) :

$$\omega(k) = \sum_{i=1}^k p_i \quad (\omega(L) = 1) \quad (5)$$

$$\mu(k) = \sum_{i=1}^k i p_i \quad (\mu(L) = \mu_T) \quad (6)$$

を用いて、各クラスの生起確率は、

$$\omega_1 = P_r(C_1) = \sum_{i \in S_1} p_i = \omega(k) \quad (7)$$

$$\omega_2 = P_r(C_2) = \sum_{i \in S_2} p_i = 1 - \omega(k) \quad (8)$$

又、各クラスの平均レベルは次式で表される。

$$\mu_1 = \sum_{i \in S_1} i P_r(i | C_1) = \sum_{i \in S_1} i p_i / \omega_1 = \mu(k) / \omega(k) \quad (9)$$

$$\mu_2 = \sum_{i \in S_2} i P_r(i | C_2) = \sum_{i \in S_2} i p_i / \omega_2 = \frac{\mu_T - \mu(k)}{1 - \omega(k)} \quad (10)$$

$k$  によらず常に次式が成立することが確かめられる。

$$\omega_1 \mu_1 + \omega_2 \mu_2 = \mu_T, \quad \omega_1 + \omega_2 = 1 \quad (11)$$

又、各クラスの分散は、

$$\sigma_1^2 = \sum_{i \in S_1} (i - \mu_1)^2 P_r(i | C_1) = \sum_{i \in S_1} (i - \mu_1)^2 p_i / \omega_1 \quad (12)$$

$$\sigma_2^2 = \sum_{i \in S_2} (i - \mu_2)^2 P_r(i | C_2) = \sum_{i \in S_2} (i - \mu_2)^2 p_i / \omega_2 \quad (13)$$

で与えられるが、これらは 2 次の統計量 (モーメント) まで必要である。

## 3. しきい値の評価と選定

### 3.1 判別規準

しきい値  $k$  のよさを評価するために、判別分析で用いられる規準 (クラスの分離度) を導入する。

$$\lambda = \sigma_B^2 / \sigma_T^2, \quad \kappa = \sigma_T^2 / \sigma_B^2, \quad \eta = \sigma_B^2 / \sigma_T^2 \quad (14)$$

ここに、

$$\sigma_B^2 = \omega_1 \sigma_1^2 + \omega_2 \sigma_2^2 \quad (15)$$

$$\sigma_B^2 = \omega_1 (\mu_1 - \mu_T)^2 + \omega_2 (\mu_2 - \mu_T)^2 \\ = \omega_1 \omega_2 (\mu_1 - \mu_2)^2 \quad (16)$$

はそれぞれ、クラス内、クラス間分散であり、次の基本的関係が常に成立する。

$$\sigma_B^2 + \sigma_T^2 = \sigma_T^2 \quad (17)$$

2 クラス  $C_1, C_2$  の最もよい分離を与える  $k$  を最適しきい値とする立場から、式(14)の  $\lambda$ ,  $\kappa$  もしくは  $\eta$  を最大とする判別規準が考えられるが、これらは式(17)の関係から実はすべて互いに同値である (例えば  $\lambda$  を用いて、 $\kappa = \lambda + 1$ ,  $\eta = \lambda / (\lambda + 1)$ )。全分散  $\sigma_T^2$  は与えられて  $k$  によらず一定であり、 $\sigma_B^2$ ,  $\sigma_T^2$  は  $k$  の関数だが、前者が 2 次の統計量まで必要とするのに対して後者は 1 次の統計量のみに基づいていることに注意すれば、 $\eta$  が  $k$  に関して最も簡単な評価規準であることが分かる。従って、しきい値  $k$  のよさ (クラス分離度) の評価として  $\eta$  を採用し、これを最大、つまり同値には、 $\sigma_B^2$  を最大とする  $k$  を最適しきい値とする。簡単な累積量の式(5), (6)を用い、逐次  $k$  を進めて求めることができ、手続は簡単である。

$$\eta(k) = \sigma_B^2(k) / \sigma_T^2 \quad (18)$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[\mu_T \omega(k) - \mu(k)]^2}{\omega(k)(1-\omega(k))} \quad (19)$$

$$\omega(k) = \omega(k-1) + p_k, \quad \mu(k) = \mu(k-1) + k p_k$$

$$\text{最適しきい値 } k^*: \sigma_B^2(k^*) = \max_{1 \leq k \leq L} \sigma_B^2(k) \quad (20)$$

ここに、期意より、 $k$ は実質的には、 $\omega_1, \omega_2 > 0$  ;  
i.e.  $0 < \omega(k) < 1$  の範囲(有効範囲)を動かせばよい。  
 $\omega(k) \rightarrow 0, 1$  なる  $k$  に対しては(この場合、すべての対  
象を  $C_2, C_1$  とすることで、もちろん関心外である)、  
定義の式(10)より、最小値0を取ると考えられ、それ以  
外の有効範囲内では常に正、かつ有界な値を取る。従  
って常に最大値が存在することは明らかである。

### 3.2 最小2乗規準

前節では、判別分析の立場から、直観的なしきい値  
の評価と最適しきい値選定法(以後、判別しきい値選  
定法、DTSMと呼ぶ)を与えた。そしてそれがヒスト  
グラムの0, 1次累積モーメントのみに基づく簡単な  
手続となることを示した。本節では、より直接的な評  
価として、得られる2値画像と元の濃淡画像の平均2  
乗誤差を考え、それを最小とする規準の下でのしきい  
値選定法(以後、最小2乗しきい値選定法、LSTSM  
と呼ぶ)を考察しよう。

さて、2値化は式(1)のような分類手続であり、通常  
名義的な2値“0”, “1”を割り当てるが、これは、濃  
淡画像を、しきい値  $k$  を境に2値画像(レベル  $S_1, S_2$   
をそれぞれ適当な2値  $a_1, a_2$  ( $a_1 < a_2$ ))で近似する問  
題と考えることができる(図1参照)。

このとき、平均2乗誤差は次式で与えられる:

$$\begin{aligned} e^2(a_1, a_2; k) &= \frac{1}{N} \left[ \sum_{i \in S_1} (i - a_1)^2 p_i + \sum_{i \in S_2} (i - a_2)^2 p_i \right] \\ &= \sum_{i \in S_1} (i - a_1)^2 p_i + \sum_{i \in S_2} (i - a_2)^2 p_i \quad (21) \end{aligned}$$

従って、これをモデルのパラメータ  $a_1, a_2, k$  に関  
して最小とすることにより、LSTSMの場合の最適し  
きい値が求まる。まず2値レベル  $a_j$  ( $j=1, 2$ ) に関す  
る最小化は、

$$\frac{\partial e^2}{\partial a_j} = 2 \sum_{i \in S_j} (a_j - i) p_i = 0$$

より、

$$a_j = \sum_{i \in S_j} i p_i / \sum_{i \in S_j} p_i \quad (22)$$

を得るが、これは式(9), (10)にはかならない。つまり任  
意の固定された  $k$  に対し、2値  $a_j$  に関する最小値は、  
 $a_j$  が各クラスの平均レベル  $\mu_j$  のときに達成される。

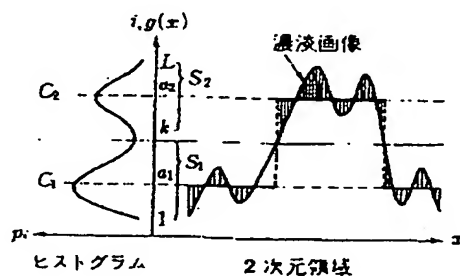


図1 最小2乗近似としての2値化  
Fig. 1-Thresholding as a least squares approximation.

これらを式(21)に代入して、

$$\begin{aligned} e^2(k) &= \min_{a_1, a_2} e^2(a_1, a_2; k) = e^2(\mu_1, \mu_2; k) \\ &= \sum_{i \in S_1} (i - \mu_1)^2 p_i + \sum_{i \in S_2} (i - \mu_2)^2 p_i \quad (23) \end{aligned}$$

よって、LSTSMでの最適しきい値  $k^*$  は

$$e^2(k^*) = \min_{1 \leq k \leq L} e^2(k) \quad (24)$$

として求まる。もちろん、 $\mu_1, \mu_2, S_1, S_2$  は  $k$  に依存  
している。

### 3.3 同値性

上述のLSTSMは、2次までの累積モーメントを必  
要とし、一見複雑であり、前述の簡単なDTSMとは異  
なるように思われるが、実は同値であることが以下の  
考察から容易に示される。式(12), (13), (15)から、式(23)は

$$e^2(k) = \omega_1 \sigma_1^2 + \omega_2 \sigma_2^2 = \sigma_B^2 \quad (25)$$

つまり、あるしきい値  $k$  を境に元の濃淡画像を2値で  
最良近似したときの最小2乗誤差  $e^2(k)$  は、そのときの  
クラス内分散  $\sigma_B^2$  に等しいことが分かる。

一方、基本的関係式(17)で、 $\sigma_B^2$  は、画像の全分散  $\sigma_T^2$   
(一定値)により、 $\sigma_B^2$  と相補的な関係にあるから、  
 $e^2(k) = \sigma_B^2$  を最小とするLSTSMの式(24)は、 $\eta$  (つまり  
 $\sigma_B^2$ ) を最大とするDTSMの式(20)に同値である。

この  $e^2(k) = \sigma_B^2$  であること、従って、ヒストグラムの  
0, 1次累積モーメントのみを用いる直観的で簡単な  
DTSMが、同時に、濃淡画像の最小2乗近似の意味で  
最適な2値化を与えるしきい値選定法(LSTSM)とな  
っていることは重要である。

## 4 考 察

### 4.1 実験結果

実験結果の幾つかを図2, 3に示す。全体を通して

(a) (及び(e)) は与えられた濃淡画像, (b) ((f)) は2値化の結果, (c) ((g)) はヒストグラム (得られたしきい値を欠印で示す) と評価関数  $\eta(k)$  を対で示したもの, 又, (d) ((h)) は得られた解析結果を示す。画像はすべて  $64 \times 64$  で, レベル数  $L$  は図2で16, 図3で64である。

図2は, 同一タイプ印字の例で, (a) は新しいリボン,

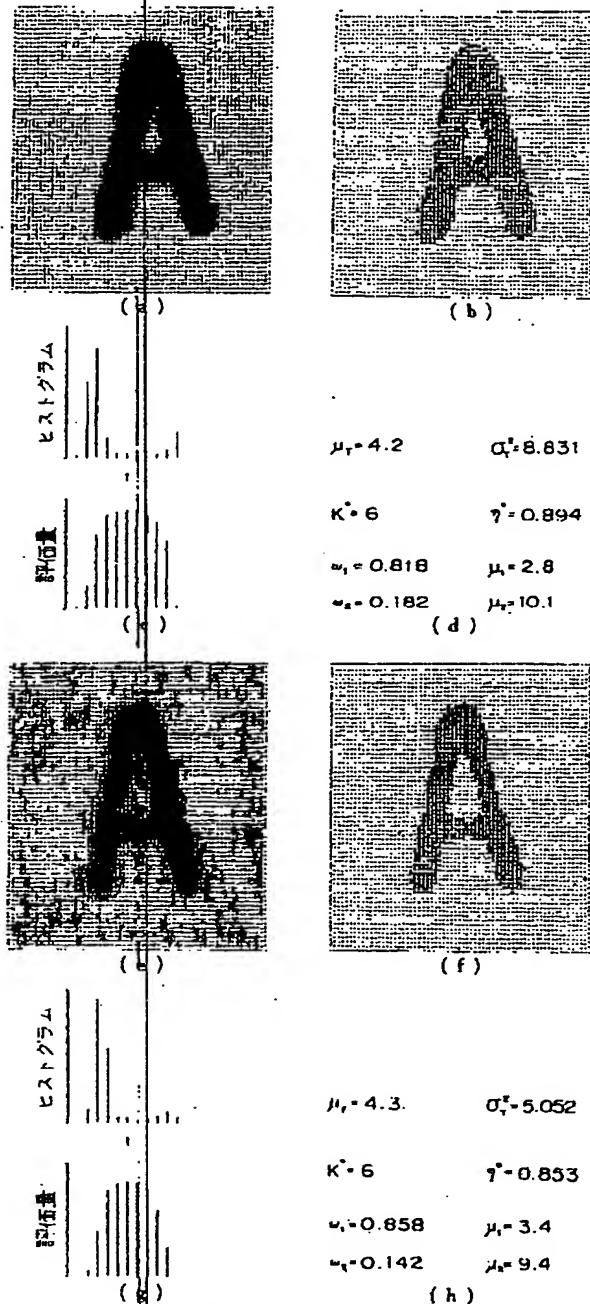


図2 文字への応用

Fig. 2-Application to characters.

(e) は古いリボンの場合である。図3はテクスチャの例で, ヒストグラム(c), (g)は, しきい値選定の困難な典型的な場合, 広く平らな谷, 単峰性をそれぞれがしている。いずれの場合も,  $\eta(k)$ は滑らかで単峰となり, 本評価規準の有効性, および本手法の安定性を示している。

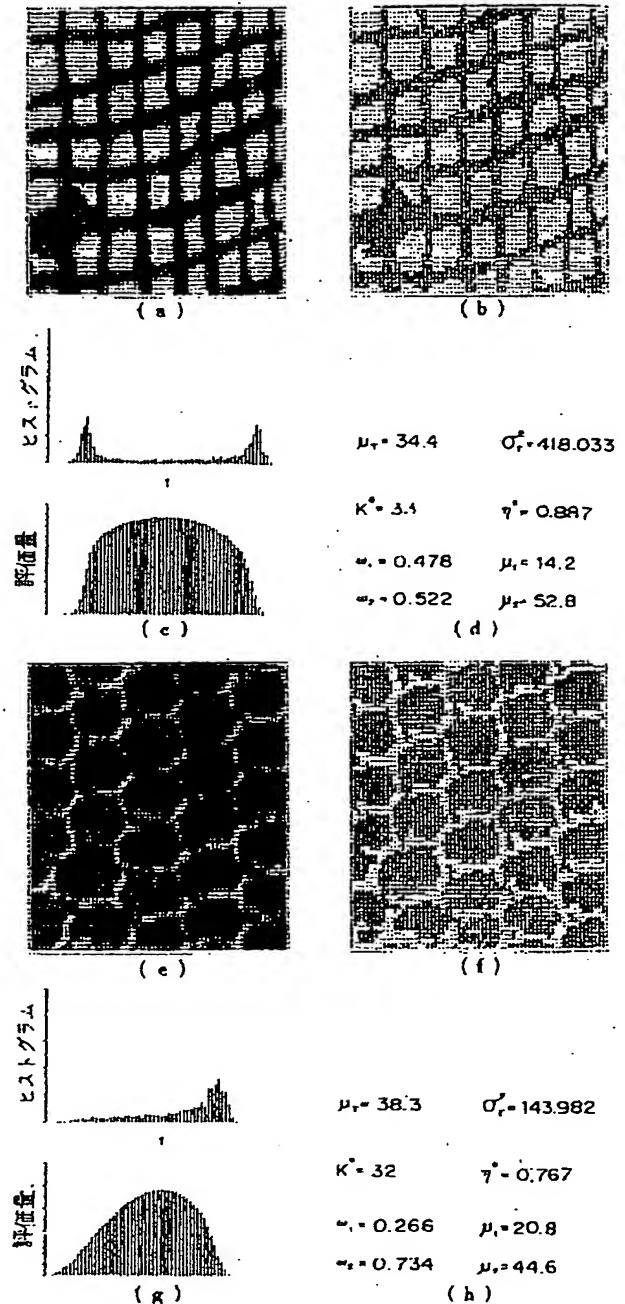


図3 テクスチャへの応用

Fig. 3-Application to textures.

## 4.2 その他の解析

本手法は、最適しきい値を自動的に選定するだけでなく、同時にその他の重要な解析結果も与えることができる((d),(h)). 得られたしきい値 $k^*$ に対して、クラスの生起確率 $\omega_1, \omega_2$ 、式(7), (8)は、それぞれ2値化図形でクラス $C_1, C_2$ の占める面積の割合を示し、例えば2値化後、対象領域( $C_2$ )の面積(画素数)を求めたいような場合、改めて計測するまでもなく $N\omega_2$ で求まる。

平均レベル $\mu_1, \mu_2$ 、式(9), (10)は、原濃淡画像における2クラスの平均レベルの推定値として役立つ。もしこのレベルを2値化後の各クラスのレベルとして2値画像を構成すれば、3.2での議論から、それは原濃淡画像を最小2乗誤差の意味で最適に近似した2値画像となるわけである。このことは、後の5.3.2で詳述する。

最大値 $\eta(k^*)$  (簡単に $\eta^*$ と以後表す)は、2クラスの分離度、2値化の容易さ、あるいはヒストグラムの双峰性の評価量となる。例えば、図3の(e)に対して値が最も低く、図2の同じ文字でも、雑音が増加すると値が低くなることがみられる。この評価量は、分散比であるから、濃度スケールのアフィン変換(一様なシフト及び伸縮 $g' = ag + b$ )に対して不変な量であり、次の範囲に定まる。

$$0 \leq \eta^* \leq 1 \quad (20)$$

下限0は単一濃度画像の場合、上限1は2値画像の場合にのみ達成される。特に全画面の一様性がなく、全体を唯一のしきい値では十分でない場合に適用されるダイナミックしきい値法<sup>(5)</sup>において、各部分領域ヒストグラムの双峰性、つまりその部分領域を2値化すべきかどうかの判断規準量として使われている、直観的ではあるが問題の多いvalley-to-peak比の代りに、 $\eta^*$ を用いて同様な処理を安定に効果的に行うことができる。

## 4.3 最適しきい値の性質

最適しきい値は解析的に解けず、explicitに書けないが、その性質を論じることができる。3.2で、 $e^2$ の最小化( $\sigma_0^2$ の最大化)を2段階、まず $a_1, a_2$ 、次に $k$ による最小化で考えたが、もちろん最適解の条件(必要条件)は次の3式を満たすことである。

$$\frac{\partial e^2}{\partial a_j} = 0 \quad (j=1, 2), \quad \frac{\partial e^2}{\partial k} = 0$$

前者2式は既にみたように $a_j = \mu_j$ を与え、後者は離散的な $k$ のため直接searchにたよったが、ここでは定性的な性質を調べるため、式(2)を連続な場合、つまり $p_i$ が $p(g)$ の場合で考えてみよう。

$$e^2(a_1, a_2; k) = \int_0^k (g - a_1)^2 p(g) dg + \int_k^1 (g - a_2)^2 p(g) dg \quad (21)$$

$a_j$ に関しては、式(2)同様 $a_j = \mu_j$ となる。 $k$ に関しては、

$$\frac{\partial e^2}{\partial k} = (k - a_1)^2 p(k) - (k - a_2)^2 p(k) = 0$$

願意より $a_1 < a_2$ 、又、最適解では $a_j = \mu_j$ であるから

$$p(k) = 0 \quad (22), \quad \text{又は} \quad k = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \quad (23)$$

を得る。つまり最適しきい値は、確率0のレベル(絶対分離点と呼ぶことにする。もちろん有効範囲内)かあるいはしきい値を境に分離される2クラスの平均レベルの midpoint となることが結論される。絶対分離点は、実際には、その直前の $p(k) > 0$ のレベルをしきい値とすることであり、又分離度 $\eta^*$ も変わらないから、最適しきい値の条件から外して考えてよい。この最適しきい値が2クラスの平均レベル $\mu_1, \mu_2$ の midpoint となる性質は、実際、実験結果においても確かめられ(整数のため、小数部切り捨てとなる)、本手法の合理性を示している。

## 5 多値化への拡張

以上、2値化の場合を考えたが、場合によっては、ヒストグラム上で対象が二つ以上のクラスをなし、これらを分類したい場合がある。このような多値化の場合へも、本手法は基づく規準の一般性から、全くそのまま拡張することができ、前章での議論もそのまま成立する。

## 5.1 定式化

$M$ 値化の場合、 $M-1$ 個のしきい値

$$1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_{M-1} \leq L \quad (24)$$

により、 $M$ クラス

$$C_j \text{ for } S_j = [k_{j-1} + 1, \dots, k_j] \quad (j=1, \dots, M) \quad (25)$$

を分離するものとする。但し、 $k_0 = 0, k_M = L$ とする。そのとき、各クラスの生起確率 $\omega_j$ 、平均レベル $\mu_j$ は、

$$\omega_j = P_r(C_j) = \sum_{i \in S_j} p_i = \omega(k_j) - \omega(k_{j-1}) \quad (26)$$

$$\mu_j = \frac{\sum_{i \in S_j} i P_r(i | C_j)}{\sum_{i \in S_j} i p_i / \omega_j} = \frac{\mu(k_j) - \mu(k_{j-1})}{\omega(k_j) - \omega(k_{j-1})} \quad (27)$$

で与えられる。但し、 $\omega(0) = 0, \mu(0) = 0$ とする。次の関係は容易に確かめられる。

$$\sum_{j=1}^M \omega_j \mu_j = \mu_T \quad \left( \sum_{j=1}^M \omega_j = 1 \right) \quad (34)$$

目的関数  $\sigma_B^2$  はこの場合  $M-1$  個のしきい値の関数である。

$$\sigma_B^2(k_1, \dots, k_{M-1}) = \sum_{j=1}^M \omega_j (\mu_j - \mu_T)^2 \quad (35)$$

$$= \sum_{j=1}^M \omega_j \mu_j^2 - \mu_T^2 \quad (35')$$

最適しきい値の組は、式(35)の条件の下で  $\sigma_B^2$  を最大とするものとして求められることになる。

## 5.2 解法

式(35)の条件の下でのしきい値の組合せは  $\binom{L-1}{M-1}$  とおりある。 $M=2, 3$  などの通常の応用においては、直接総当りに調べればよいが、 $M$  が大きくなるにつれ、組合せの数は指数的に増加し、計算量の面で、総当り法はほとんど不可能となる。従って、ある程度以上大きな  $M$  値化の場合には、何らかの解法の工夫が必要となる。

最も堅実な方法は、動的計画法 (DP)<sup>[3]</sup> による解法である。式(35)の定数値  $\mu_j^2$  を省略し、最大化したい目的関数を

$$\rho_M(k_1, \dots, k_{M-1}) = \sum_{j=1}^M \omega_j \mu_j^2 \quad (36)$$

と改めて書く

$$\rho_M^*(L) = \max_{1 \leq k_j < L} \rho_M(k_1, \dots, k_{M-1}) \quad (37)$$

と定義すると、最適性の原理から、

$$\left. \begin{aligned} \rho_M^*(L) &= \max_{1 \leq k_{M-1} < L} \{ \rho_{M-1}^*(k_{M-1}) + g_L(k_{M-1}) \} \\ g_L(k) &= \omega_M \mu_k^2 = (\mu(L) - \mu(k))^2 / [\omega(L) - \omega(k)] \\ \rho_{M-1}^*(k) &= \omega_{M-1} \mu_k^2 - \mu(k)^2 / \omega(k) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

と定式化でき、通常の DP の解法に帰着される。計算の手間は、この場合  $ML^2$  のオーダーであり、十分実用的である。又  $M$  値化の場合、それ以下の任意の多値化の結果も同時に得られる。

$M$  値化のみの結果をより速く簡単に得たい場合には、 $M-1$  個のしきい値  $k = (k_1, \dots, k_{M-1})^T$  に対する逐次反復法が考えられる。例えば  $\sigma_B^2$  (又は  $\rho_M$ ) に関する山登り法 (gradient 法) は次式で定式化されるが、

$$k := k + \alpha^2 \frac{\partial \sigma_B^2}{\partial k} \quad (39)$$

( $:=$  は左辺を右辺で置き換える手続を表す)  $k$  が整数ベクトルであることと、加速係数  $\alpha^2$  の選定の問題があり、解法としては不安定である。又、4.3 で指摘した最適しきい値の必要条件、つまり最適しきい値  $k_j$  がそれによって分けられる 2 クラスの平均レベルの中

点となる性質は、一般の  $M$  値化の場合にも成立し、この性質をそのまま利用した単純な反復法が考えられる。

$$k_j := \frac{\mu_j + \mu_{j+1}}{2} \quad (j=1, \dots, M-1) \quad (40)$$

初期値  $\{k_j\}$  をヒストグラムの等分点とし、実際に適用してみると、数回の反復で解に収束し、DP に比べ非常に速く簡単である。しかし、山登り法も含め、このような反復法は最適解の必要条件 (極値) に基づくものであり、場合によっては局所的な極大点に収束し、得られる解が常に絶対最大点を与える保証はない。この点、DP による解法は、常に絶対最大点を与える最適解が得られるわけで、少々計算量はあっても、多値化の場合の確実な解法といえよう。

## 5.3 多値化の応用

### 5.3.1 細胞画像

多値化による画像セグメンテーションの応用として細胞画像の 3 値化 (背景、細胞質、細胞核の 3 クラス分類) を行った (図 4)。この場合は、DP によるよりも直接総調べの方が簡単である。

図 4 の (a), (e) は顕微鏡による細胞写真の入力画像 ( $64 \times 64$ ) である。濃度レベル (a): 32, (e): 256 は、背景、細胞質、細胞核の順に高い。得られた 3 値化の結果 (b), (f) では、それらは、それぞれ ( )、( )、(\*) で示されている。(c), (g) は原画像の濃度ヒストグラムで、得られた二つのしきい値は矢印で示されている。(d), (h) は得られた解析結果である。4.2 の議論同様に、 $\mu_j$  は各クラスの平均濃度を示し、 $\omega_j$  は各クラスの出現率、つまりセグメンテーションの結果得られた各クラスの面積の比率を示している。又、最適しきい値の性質、分けられる 2 クラスの平均レベルの中点、式(40)が成立していることも確かめられる。

### 5.3.2 画像のレベル圧縮

本手法が、 $M$  値化の場合、原濃淡画像を最小 2 乗誤差の意味で最適に近似する  $M$  値画像を与えるという性質を積極的に利用して、与えられた多値 ( $L$ ) の画像をより少ないレベル数 ( $M$ ) で効率よく近似し、データ圧縮を行う問題に本手法を応用することができる。この場合、DP により最適しきい値  $\{k_j\}_{j=1}^{M-1}$  を求め、式(38)のレベル区間  $S_j$  で与えられる各クラス  $C_j$  を式(38)のレベル  $\mu_j$  で代表させた  $M$  値画像が、原濃淡画像の最小 2 乗近似となる。そのときの最小 (平均) 2 乗誤差は

$$\epsilon^2 = \sigma_B^2 = \sigma_T^2 - \sigma_B^2 \quad (41)$$

で与えられる (但し、実際的には、実数となる  $\mu_j$  は四捨五入して整数レベルとする)。



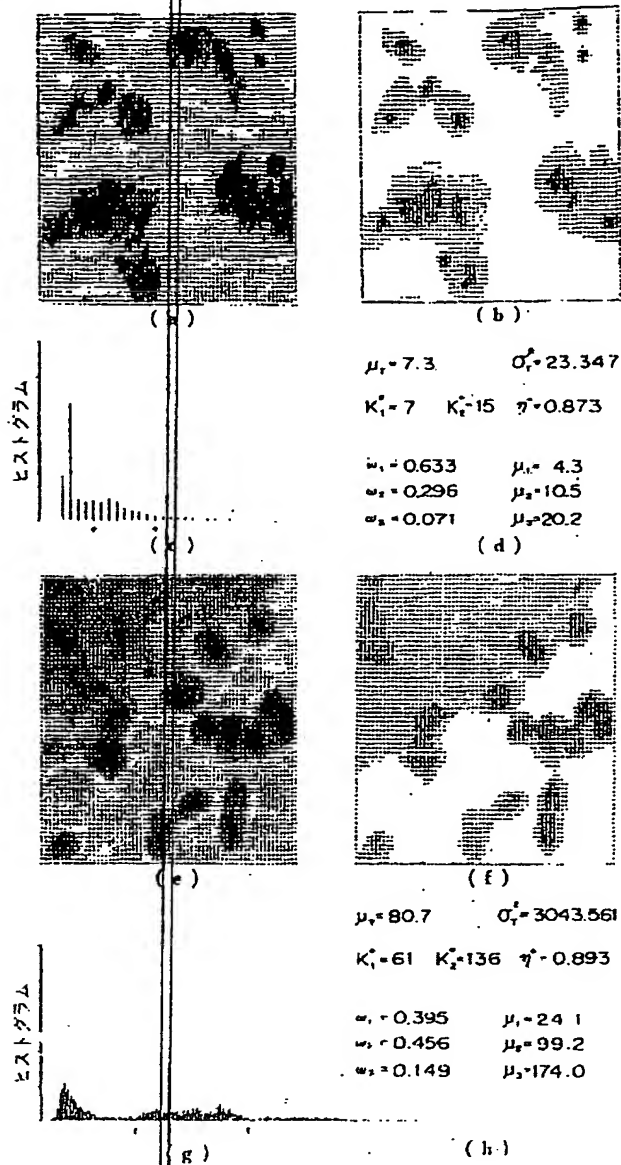


図4 細胞への応用。評価量  $\eta(k_1, k_2)$  は (c) と (g) において、表示の都合上省略

Fig. 4—Application to cells. Criterion measures  $\eta(k_1, k_2)$  are omitted in (c) and (g) by reason of illustration.

図5は、標準的な画像GIRL(256×256, 256レベル)に対して応用した結果である。かなり少数のレベル数で、両者の上からも、原画像を十分近似していることが分かる。多量データバンク、例えば胸部X線画像のデータは縮保管などに利用できよう。又、このように圧縮された画像を、更にHuffman codingなどにより圧縮するような場合にも、各レベル( $\mu_j$ )の生起確

率が $w_j$ で与えられるので、これを利用することができる。

#### 5.4 クラス数の推定

これまでの議論は、対象画像に対して分類(多値化)すべきクラス数が既に分かっている場合であった。しかし場合によっては、そのクラス数自身未知であり、幾つのクラスに分類するのが適当であるかを判断したい場合がある。ちょうど、クラスタ分析における最適クラス数数の推定の問題に相当している(多値化問題は、本来、濃度軸の1次元上のクラスタ分析にはかならない)。この問題は実質的には未解決の難しい問題の一つである。

この点に関して、前述のクラス分離度 $\eta^*$ を利用することが示唆される。つまり、 $M$ 値化の場合に得られる $\eta^*$ を $\eta_M^*$ で表すと、最適クラス数は、 $M=2, 3, \dots$ に対する値 $\eta_M^*$ を比較することにより推定されるであろう。しかしながら、これらの値自身を直接比較しても無意味である。というのは、パラメータ数 $M$ が増すにつれ $M$ 値化の2乗誤差は常に単調に減少するので、一定値 $\sigma_B^2$ を介して相補的關係にある $\sigma_B^2$ 。従って、 $\eta_M^* = \sigma_B^2 / \sigma_T^2$ は、 $M$ の単調増加関数となる。つまり、 $R$ を与えられた両像が実際に持つ異なる濃度レベル数とする

$$\eta_2^* < \eta_3^* < \dots < \eta_R^* = 1 \quad (42)$$

この理由から、比較のための意味ある測度を得るには $\eta_M^*$ の持つこのようなバイアスを除去しなければならない。

$\eta_M^*$ の持つ自然なバイアスを知るため、一様なヒス

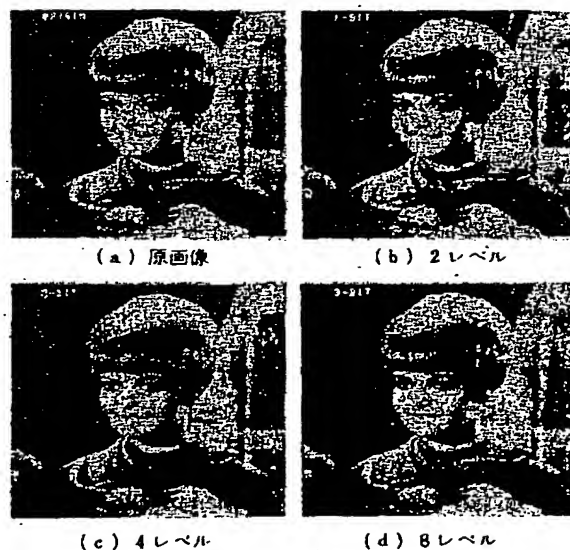


図5 画像のレベル圧縮

Fig. 5—Gray-level compression of an image.

トグラム  $p_i = 1/R (i=1, \dots, R)$  を考えよう。この場合には、各  $M$  値化とも同等と考えられる。離散レベルに起因する細かな不確定性を無視し、又、実際の観点から、 $M \leq R$  を仮定すると、最適しきい値は、ヒストグラムレベルの  $M$  等分点となることがいえ、そのときの分離度、 $\eta_M^*$  は次式で十分評価できることが分かる。

$$\eta_M^* = \frac{M^2 - 1}{M^2} \quad (43)$$

従って、 $M$  の各クラス数同等にあり得る場合に対する自然なバイアスを除去した、最適クラス数の評価量の一例として、次式を提案する。

$$Q(M) = \log \frac{\eta_M^*}{1 - \eta_M^*} - \log \frac{\eta_M^*}{1 - \eta_M^*} \\ - \log \frac{\eta_M^*}{1 - \eta_M^*} - \log (M^2 - 1) \quad (44)$$

この修正された評価量は、 $\eta_M^*$  の上下界 1, 0, 及び自然バイアスの式(43)に対して、それぞれ  $+\infty$ ,  $-\infty$ , 0 となり、各  $M$  値化 ( $M$  クラス分類) の確からしさのバイアスのない評価量となる。これにより、最適分類クラス数  $M^*$  を次式で選定することができよう。

$$Q(M^*) = \max_{1 \leq M \leq R} Q(M) \quad (45)$$

実験の詳細は今回紙面の都合で割愛するが、最もらしい結果が得られている。又、赤池の AIC<sup>12</sup> を用いることも考えられる。いずれにせよ、このクラス数推定の問題は、我々自身の確たる客観的評価も困難であるため、心理実験も加え、今後更に研究すべき課題である。

## 6. む す び

しきい値のよさの評価として、クラス分離度を最大とする判別規準を用いた一つの新しい自動しきい値選定法を提案し、それが同時に、原濃淡画像の最小 2 乗近似の意味でも最適となっていることを示した。

本手法は、nonparametric unsupervised な手法であり、以下のような好ましい特長を持っている。

- I) 濃度ヒストグラムの 0 次、1 次累積モーメントのみを用いる簡単な手続である。
- II) 多値化へもそのまま拡張することができる。
- III) 微分 (谷部などの局所的特性) でなく、積分 (大域的特性) に基づき、最適なしきい値が自動的にかつ安定に求められる。
- IV) 他の解析 (クラス平均レベルの推定、分離度の評価など) も同時に得ることができる。

本論文では、濃淡画像の最も基本的な画素ごとのし

きい値処理の問題に話を限ったが、もちろん本方法は、対象を分離し得る何らかの特性値のヒストグラムが与えられた分類の問題に対して、一般的に適用できる手法であり、種々の実際問題に対しても、簡単に標準的な自動しきい値選定法として広く応用することができよう。

又、他手法との比較実験<sup>13</sup>も、条件の異なる多種多様な手法を比較評価するのは困難ではあるが、重要であり、今後の課題である。

謝辞 口 ころ、御討議頂く数理基礎研究室の皆様、また、実験に用いた各種画像データ、表示装置で御世話になった、図形処理研究室の森俊二室長、野口義夫氏、ならびに田村秀行氏に深謝致します。

## 文 献

- (1) Prewitt, J. M. S. and Mendelsohn, M. L. : "The analysis of cell images", An. N.Y. Acad. Sci., 128, p.1035 (1966).
- (2) Weszka, J. S., Nagel, R. N. and Rosenfeld, A. : "A threshold selection technique", IEEE Trans. Comput., C-23, p.1322 (1974).
- (3) Watanabe, S. and CYBEST Group. : "An automated apparatus for cancer prescreening : CYBEST", Comput. Graph. Image Process., 3, p.350 (1974).
- (4) Weszka, J. S. : "A survey of threshold selection techniques", Comput. Graph. Image Process., 7, p.259 (1978).
- (5) Chow, C. K. and Kaneko, T. : "Automatic boundary detection of the left ventricle from cineangiograms", Comput. Biomed. Res., 5, p.388 (1972).
- (6) Fukunaga, K. : "Introduction to statistical pattern recognition", Academic Press (1972).
- (7) 大津展之 : "濃度分布からのしきい値決定法", 昭 52 信学情報全大, 145.
- (8) 大津展之 : "最小 2 乗しきい値決定法", 昭 53 信学総全大, 1009.
- (9) Otsu, N. : "A threshold selection method from gray-level histograms", IEEE Trans. Sys., Man & Cybern., SMC-9, p.62 (1979).
- (10) Otsu, N. : "Discriminant and least squares threshold selection", Proc. of 4th International Joint Conference on Pattern Recognition, p.592 (1978).
- (11) Bellman, R. : "Dynamic programming", Princeton Univ. Press (1957).
- (12) 赤池弘次 : "情報量規準 AIC とはなにか", 数理科学, 153, p.5 (昭 51).
- (13) 森, 大津 : "認識問題としての二値化と各種方法の検討", 情報学会イメージングセッション研究, 15-1 (昭 52).

(昭 54 年 7 月 12 日受付, 11 月 21 日再受付)